

Musielak-Orlicz 空间中点的 LURWC 性质

季丹丹

(牡丹江师范学院 数学系, 黑龙江 牡丹江 157011)

摘 要: 研究了赋 Luxemburg 范数的 Musielak-Orlicz 空间中的 LURWC 性质, 给出了 Musielak-Orlicz 空间中点具有 LURWC 性质的充要条件, 推广了对于 Orlicz 空间的 LURWC 条件的研究.

关键词: Musielak-Orlicz 空间; Musielak-Orlicz 函数; LURWC 点

DOI: 10.15938/j.jhust.2015.01.023

中图分类号: O177.2 **文献标志码:** A **文章编号:** 1007-2683(2015)01-0117-04

LURWC Points in Musielak-Orlicz Spaces

Ji Dan-dan

(Department of Mathematics, Mudanjiang Normal College, Mudanjiang 15701, China)

Abstract: In this paper, we discuss LURWC property of Musielak-Orlicz spaces with Luxemburg norm. The sufficient and necessary conditions of LURWC points in Musielak-Orlicz spaces are given, and the result makes some substantive progress for LURWC conditions in Orlicz spaces.

Key words: Musielak-Orlicz spaces; Musielak-Orlicz functions; LURWC points

1 预备知识

Orlicz 空间和 Musielak-Orlicz 空间作为一类 Banach 空间, 其是 Banach 空间理论的一个模型库^[1-2]. 他们中的几何理论成果, 尤其是凸性成果十分丰富. 本文将讨论 Musielak-Orlicz 空间中点的又一凸性——局部弱紧集方向一致凸性.

设 X 是 Banach 空间. $B(X)$, $S(X)$ 分别表示 X 的单位球与单位球面. $\mathbf{R}$ 表示实数集. 1986 年, SMITH 引进局部弱紧集方向一致凸 (LURWC) 概念^[3]. 设 X 是 Banach 空间, 点 $x \in S(X)$ 称为 LURWC 点是指: $x_n \in B(X)$, $\|x_n + x\| \rightarrow 2$ 和 $x_n \xrightarrow{w} y$ 蕴涵 $x = y$. 如果 $S(X)$ 上每一点均为 LURWC 点, 称为 X 是 LURWC 的.

定义 1^[1,4] 设 Ω 是 $\mathbf{R}^n$ 中的有界连通区域,

(Ω, Σ, μ) 是非原子的、完全的, 且是 σ -有限的测度空间. 假设二元函数 $M: \Omega \times \mathbf{R} \rightarrow [0, \infty]$ 满足如下条件

i) 对于几乎所有的 $t \in \Omega$, $M(t, 0) = 0$. $\lim_{n \rightarrow \infty} M(t, u_n) = \infty$ 且存在 $u_0 > 0$, 使得 $M(t, u_0) < \infty$;

ii) 对于几乎所有的 $t \in \Omega$, $M(t, u)$ 关于 u 是凸的, 偶的, 并且在原点连续, 在延拓意义下左连续 (即为 Orlicz 函数);

iii) 对每个 $u \in \mathbf{R}$, $M(\cdot, u)$ 是 Ω 上的实值可测函数,

我们称这样的函数 M 为 Musielak-Orlicz 函数.

在此基础上, 令 $L^0 = L^0(\Omega, \Sigma, \mu)$ 为实值可测函数空间. $\forall u \in L^0$, 规定其模为 $\rho_M(u) = \int_{\Omega} M(t, u(t)) dt$, 定义 M 在 L^0 上生成的 Musielak-Orlicz 空间为

$$L_M(\Omega) = \{x \in L^0: \exists \lambda > 0, \rho_M(\lambda x) < \infty\}.$$

收稿日期: 2014-06-20

基金项目: 牡丹江师范学院省级重点创新预研项目(SY201323).

作者简介: 季丹丹(1980—), 女, 硕士, 讲师, E-mail: jidandan1014@126.com.

将 $u \in L_M(\Omega)$ 赋予 Luxemburg 范数 $\|u\| = \inf \left\{ \lambda > 0: \rho_M\left(\frac{u}{\lambda}\right) \right\}$, 赋 Luxemburg 范数的 Musielak-Orlicz 空间简记为 L_M , 则 L_M 成为 Banach 空间^[8].

定义 $e(t) = \sup\{u \geq 0: M(t, u) = 0\}$, $B(t) = \sup\{u \geq 0: M(t, u) < \infty\}$ (见文 [2]).

在本文中令

$$e(t) = 0, B(t) = \infty, \mu - a. e. t \in \Omega$$

即对于几乎所有的 $t \in \Omega, u \in \mathbf{R}$, Musielak-Orlicz 函数满足: $M > 0$ 且 $M < \infty$.

定义 2^[8] $p(t, u)$ 为 $M(t, \cdot)$ 在 u 处的右导数, $N(t, v) = \sup\{|v|u - M(t, u): u > 0\}$ 为 $M(t, u)$ 的余函数. 且令

$$L_N = \{x \in L^0: \exists \lambda > 0, \rho_N(\lambda x) < \infty\}, E_N = \{x \in L^0: \forall \lambda > 0, \rho_N(\lambda x) < \infty\}, \sup\{v > 0: \bar{B}(t) = N(t, v) < \infty\}^{[8]}, \bar{B}(t) \text{ 满足 } \mu\{t \in \Omega: N(t, \bar{B}(t)) < \infty\} = 0.$$

并且作如下定义(见文 [1]): 对于 $t \in \Omega$ 和 v , 如果存在 $\varepsilon \in (0, v)$ 使得

$$M(t, v) = \frac{1}{2}M(t, v + \varepsilon) + \frac{1}{2}M(t, v - \varepsilon) < \infty.$$

则称 v 是 M 关于 t 的非严格凸点. 特别地, $e(t) > 0$ 时, 也称 0 是 M 关于 t 的非严格凸点. M 关于 t 的非严格凸点全体记为 $K_t, t \in \Omega$, $[a, b]$ 称为 Musielak-Orlicz 函数 $M(t, u)$ 关于 t 的构成仿射区间 SAI, 是指 $M(t, u)$ 在区间 $[a, b]$ 上仿射, 而对任何 $\varepsilon > 0, M(t, u)$ 在区间 $(a - \varepsilon, b + \varepsilon)$ 上不仿射. 若 $\{[a_i, b_i]\}_i$ 是函数 $M(t, u)$ 关于 t 的所有仿射区间, 则称

$$S_t = \mathbf{R} \setminus \bigcup_i [a_i, b_i]$$

为函数 $M(t, u)$ 关于 t 的严格凸点集. 令 $\{a\} = \{a: a \text{ 是 } M(u) \text{ 仿射区间的左端点但非 } p(u) \text{ 的连续点}\}, \{b\} = \{b: b \text{ 是 } M(u) \text{ 仿射区间的右端点但非 } p(u) \text{ 的连续点}\}^{[8]}$.

引理 1 (Jensen's 不等式)^[8] 对于 Musielak-Orlicz 函数 $M, x \in L^0$, 对于几乎所有的 $t \in \Omega$ 有

$$M\left(t, \frac{1}{\mu\Omega} \int_{\Omega} x(s) ds\right) \leq \frac{1}{\mu\Omega} \int_{\Omega} M(t, x(s)) ds.$$

2 主要结果

定理 1 $x \in S(L_M)$, x 是 LURWC 点的充要条件是

$$i) \text{ 存在 } 0 < \tau < 1, \int_{\Omega} M\left(t, \frac{x}{1-\tau}\right) dt < \infty.$$

$$ii) \mu\{t \in \Omega: |x(t)| \notin S_t\} = 0.$$

$$iii) \mu\{t \in \Omega: |x(t)| \in \{a\}\} \cdot \mu\{t \in \Omega: |x(t)| \in \{b\}\} = 0.$$

证明: 不失一般性设 $x(t) \geq 0$.

必要性. 如果 i) 不真, 则对任何 $\varepsilon > 0$, 有

$$\rho_M((1+\varepsilon)x) = \int_{\Omega} M(t, (1+\varepsilon)x(t)) dt = \infty. \text{ 取充分大的 } d > 0, \text{ 使 } A = \{t \in \Omega: x(t) \leq d\} \text{ 具有正测度且 } x(t)|_A \neq 0, \text{ 置}$$

$$y(t) = -x(t)|_A + x(t)|_{\Omega \setminus A},$$

$$\text{则 } \|y\| = \|x\| = 1, \rho_M\left(\frac{x+y}{2}\right) = \int_{\Omega} M(t, x(t)|_{\Omega \setminus A}) dt < \rho_M(x) \leq 1, \text{ 以及对任何 } \varepsilon > 0, \text{ 有}$$

$$\rho_M\left((1+\varepsilon)\frac{x+y}{2}\right) = \int_{\Omega} M(t, (1+\varepsilon)x(t)|_{\Omega \setminus A}) dt =$$

$$\rho_M((1+\varepsilon)x) - \rho_M((1+\varepsilon)x|_A) \geq$$

$$\rho_M((1+\varepsilon)x) - M(1+\varepsilon d)\mu\Omega = \infty,$$

这表明 $\|x+y\| = 2$, 显然 $x \neq y$, 与点 x 是 LURWC 矛盾. 故 i) 成立.

因 LURWC 点一定是端点, 由文 [1] 定理 5.10 的 (iii) 得知 ii) 真.

如 iii) 不成立, 则存在 $M(t, u)$ 的仿射区间 $[a, b]$ 与 $[a_1, b_1]$, 使得 $E = \{t \in \Omega: x(t) = a\}, F = \{t \in \Omega: x(t) = b_1\}$ 均为正测度集. 取 $E' \subset E, F' \subset F$ 满足 $(M(t, b) - M(t, a))\mu E' = (M(t, b_1) - M(t, a_1))\mu F'$. 置

$$y(t) = x(t)|_{\Omega \setminus (E' \cup F')} + b|_{E'} + a|_{F'},$$

则

$$\begin{aligned} \rho_M(y) &= \int_{\Omega \setminus (E' \cup F')} M(t, x(t)) dt + \int_{E'} M(t, b) dt + \\ &\int_{F'} M(t, a_1) dt = \int_{\Omega \setminus (E' \cup F')} M(t, x(t)) dt + \\ &\int_{E'} M(t, a) dt + \int_{F'} M(t, b_1) dt = \\ &\int_{\Omega} M(t, x(t)) dt = \rho_M(x). \end{aligned}$$

由于 $\rho_M\left(\frac{x}{1-\tau}\right) < \infty$ 知 $\rho_M(x) = 1$, 故 $\rho_M(y) = 1$,

从而 $\|y\| = 1$, 同样地有

$$\begin{aligned} \rho_M\left(\frac{x+y}{2}\right) &= \int_{\Omega \setminus (E' \cup F')} M(t, x(t)) dt + \\ &\int_{E'} M\left(t, \frac{a+b}{2}\right) dt + \int_{F'} M\left(t, \frac{a_1+b_1}{2}\right) dt = \\ &\int_{\Omega \setminus (E' \cup F')} M(t, x(t)) dt + \int_{E'} \frac{M(t, a) + M(t, b)}{2} dt + \\ &\int_{F'} \frac{M(t, a_1) + M(t, b_1)}{2} dt = \frac{1}{2}(\rho_M(x) + \rho_M(y)) = 1, \end{aligned}$$

从而 $\|x + y\| = 2$, 明显地 $x \neq y$, 与点 x 是 LURWC 矛盾. 故 iii) 成立.

充分性. 设 $x_n \in B(L_M)$, $\|x_n + x\| \rightarrow 2, x_n \xrightarrow{w} y$. 为证明 $x = y$, 只须证 $x_n \xrightarrow{E_N} x$, 又根据文 [9] 定理 14.6, 这里只须证 $x_n \xrightarrow{\mu} x$. 令 $\Omega_0 = \{t \in \Omega: x(t) \in S_t \setminus (\{a\} \cup \{b\})\}$, $\Omega_a = \{t \in \Omega: x(t) \in \{a\}\}$, $\Omega_b = \{t \in \Omega: x(t) \in \{b\}\}$. 由条件 (2), (3), 存在下面两种情况: $\Omega = \Omega_0 \cup \Omega_a$ 或 $\Omega = \Omega_0 \cup \Omega_b$. 我们只讨论后一种情况, 另一情况完全类似. 类似文

[10] 定理 1 的充分性证明, 可平行得到 $x_n \xrightarrow{\mu} x$ 在 Ω_0 上成立. 故只须证明 $x_n \xrightarrow{\mu} x$ 在 Ω_b 上成立, 即对任何 $\varepsilon > 0$, 要证

$$\mu\{t \in \Omega_b: x(t) + \varepsilon \leq x_n(t) \text{ 或 } x_n(t) \leq 0\} \rightarrow 0 \quad (1)$$

$$\mu\{t \in \Omega_b: 0 < x_n(t) \leq x(t) - \varepsilon\} \rightarrow 0 \quad (2)$$

为了证明式 (1), (2), 首先证明对任何 $1 \geq \lambda > 0$, 有

$$\rho_M(\lambda x_n + (1 - \lambda)x) \rightarrow 0 \quad (n \rightarrow \infty) \quad (3)$$

由 $\|x\| = 1, \|x_n\| \leq 1$ 与 $\|x + x_n\| \rightarrow 2$, 容易推出 $\left\|\frac{\lambda}{2}x_n + \left(1 - \frac{\lambda}{2}\right)x\right\| \rightarrow 1$, 从而对任何 $\varepsilon > 0$, 当 n 充分大时 $\left\|(1 + \varepsilon)\left(\frac{\lambda}{2}x_n + \left(1 - \frac{\lambda}{2}\right)x\right)\right\| > 1$, 从而由引理 1

$$\begin{aligned} 1 &\leq \rho_M\left((1 + \varepsilon)\left(\frac{\lambda}{2}x_n + \left(1 - \frac{\lambda}{2}\right)x\right)\right) = \\ &\rho_M\left(\frac{1 + \varepsilon}{2}[\lambda x_n + (1 - \lambda)x] + \frac{1 - \varepsilon}{2}\frac{1 + \varepsilon}{1 - \varepsilon}x\right) \leq \\ &\frac{1 + \varepsilon}{2}\rho_M(\lambda x_n + (1 - \lambda)x) + \frac{1 - \varepsilon}{2}\rho_M\left(\frac{1 + \varepsilon}{1 - \varepsilon}x\right) \end{aligned}$$

由条件 i), 令 $\varepsilon \rightarrow 0$ 得到

$$\begin{aligned} 1 &\leq \frac{1}{2}\liminf_{n \rightarrow \infty}\rho_M(\lambda x_n + (1 - \lambda)x) + \frac{1}{2}\rho_M(x) = \\ &\frac{1}{2}\liminf_{n \rightarrow \infty}\rho_M(\lambda x_n + (1 - \lambda)x) + \frac{1}{2} \end{aligned}$$

从而 $\liminf_{n \rightarrow \infty}\rho_M(\lambda x_n + (1 - \lambda)x) \geq 1$, 又显然, $\rho_M(\lambda x_n + (1 - \lambda)x) \leq 1$, 故式 (3) 成立.

其次证明

$$\limsup_{\mu \varepsilon \rightarrow 0} \int_{\Omega} M(t, x_n(t) |_{e_n}) dt = 0. \quad (4)$$

如式 (4) 不成立, 则有 $\varepsilon_0 > 0$ 和 $e_n \subset \Omega, \mu e_n \downarrow 0$ 满足 $\rho_M(x_n(t) |_{e_n}) \geq \varepsilon_0 (n = 1, 2, 3, \dots)$.

由 $x_n \xrightarrow{w} y$ 可知 $\{x_n\}_{n=1}^{\infty}$ 是弱紧集, 更是 L_N -弱紧集, 由 Amnodo 的熟知结果 [11] 有 $\limsup_{\mu \varepsilon \rightarrow 0} \rho_M\left(\frac{x_n}{m}\right) = 0$.

从而可取 m 充分大满足 $\rho_M\left(\frac{x_n}{m}\right) \leq \frac{\varepsilon_0}{2} (n = 1, 2, 3, \dots)$ 及 $m\tau < m - 1 + \tau$, 则有 $\rho_M\left(\frac{x_n}{m} |_{e_n}\right) \leq \rho_M\left(\frac{x_n}{m}\right) \leq$

$\frac{1}{2m}\varepsilon_0 \leq \frac{1}{2m}\rho_M(x_n |_{e_n}) (n = 1, 2, 3, \dots)$. 于是由式 (3) 和条件 i) 有

$$\begin{aligned} 1 &\leftarrow \rho_M\left(\frac{\tau}{m-1+\tau}x_n + \frac{m-1}{m-1+\tau}x\right) = \\ &\int_{\Omega} M\left(t, \left(\frac{\tau m-1+\tau}{x_n} + \frac{m-1}{m-1+\tau}x\right) |_{\Omega \setminus e_n}\right) + \\ &\int_{\Omega} M\left(t, \left(\frac{\tau m}{m-1+\tau} \frac{x_n}{m} + \frac{(m-1)(1-\tau)}{m-1+\tau} \frac{x}{1-\tau}\right) |_{e_n}\right) \leq \\ &\frac{\tau}{m-1+\tau} \int_{\Omega} M(t, x_n(t) |_{\Omega \setminus e_n}) + \frac{m-1}{m-1+\tau} \rho_M(x |_{\Omega \setminus e_n}) + \\ &\int_{\Omega} M\left(t, \frac{x_n(t)}{m} |_{e_n}\right) dt + \frac{(m-1)(1-\tau)}{m-1+\tau} \rho_M\left(\frac{x}{1-\tau} |_{e_n}\right) \leq \\ &\frac{\tau}{m-1+\tau} \rho_M(x_n |_{\Omega \setminus e_n}) + \frac{m-1}{m-1+\tau} (x |_{\Omega \setminus e_n}) + \\ &\frac{m\tau}{m-1+\tau} \frac{1}{2m} \int_{\Omega} M(t, x_n(t) |_{e_n}) dt + \rho_M\left(\frac{x}{1-\tau} |_{e_n}\right) \leq \\ &\frac{\tau}{m-1+\tau} \rho_M(x_n) - \frac{\tau}{2(m-1+\tau)} \rho_M(x |_{\Omega \setminus e_n}) + \\ &\frac{m-1}{m-1+\tau} \rho_M(x) + o(\mu e_n) \leq \frac{\tau}{m-1+\tau} \rho_M(x_n) + \\ &\frac{m-1}{m-1+\tau} \rho_M(x) - \frac{\tau \varepsilon_0}{2(m-1+\tau)} + o(\mu e_n) \end{aligned}$$

令 $n \rightarrow \infty$ 得到 $1 \leq 1 - \frac{\tau \varepsilon_0}{2(m-1+\tau)}$, 这是矛盾, 故式 (4) 真.

以下证明式 (1) 成立. 如不然, 存在 $M(t, u)$ 某仿射区间右端点 b (一定不是另一仿射区间左端点), 及 $\sigma > 0$ 满足

$$\mu\{t \in \Omega_b: x(t) = b, x_n(t) \geq b + \varepsilon \text{ 或 } x_n(t) \leq 0\} \geq \sigma (n = 1, 2, \dots)$$

记 $A_d = \{t \in \Omega: |x_n(t)| \geq d\}$, 根据 $1 \geq \rho_M(x_n(t)) \geq \int_{A_d} M(t, x_n(t)) dt \geq \int_{A_d} M(t, d) dt$, 可

取 d 充分大, 使得 $\mu A_d < \frac{\sigma}{2} (n = 1, 2, 3, \dots)$. 从而有

$$\begin{aligned} \mu A_n &\triangleq \mu\{t \in \Omega_b: x_n(t) \geq b + \varepsilon \text{ 或 } x_n(t) \leq 0, \\ &|x_n(t)| \leq d\} \geq \frac{\sigma}{2} (n = 1, 2, \dots). \end{aligned}$$

因为 $M(t, u)$ 在 $[b, d]$ 和 $[0, b]$ 上非线性, 所以存在 $\delta, 0 < \delta < 1$, 当 $t \in A_n$ 时

$$M\left(t, \frac{x_n(t) + x(t)}{2}\right) \leq (1 - \delta) \frac{M(t, x_n(t)) + M(t, x(t))}{2}$$

从而得到矛盾.

$$0 \leftarrow \frac{\int_{\Omega} M(t, x_n(t)) dt + \int_{\Omega} M(t, x(t)) dt}{2} -$$

$$\int_{\Omega} M\left(t, \frac{x(t) + x_n(t)}{2}\right) dt =$$

$$\int_{\Omega} \left[\frac{M(t, x_n(t)) + M(t, x(t))}{2} - \right.$$

$$\left. M\left(t, \frac{x(t) + x_n(t)}{2}\right) \right] dt \geq$$

$$\int_{A_n} \left[\frac{M(t, x_n(t)) + M(t, x(t))}{2} - \right.$$

$$\left. M\left(t, \frac{x(t) + x_n(t)}{2}\right) \right] dt \geq$$

$$\int_{A_n} \delta \frac{M(t, x_n(t)) + M(t, x(t))}{2} dt \geq$$

$$\frac{\delta}{2} \int_{\Omega} M(t, b) dt \frac{\sigma}{2}$$

从而式(1)成立.

因为 $x_n \xrightarrow{\mu} x (t \in \Omega_0)$ 和(1)、(4)容易推出

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_{\Omega_0 \cup \subset \Omega_b \cap D_n} M(t, x_n(t)) dt =$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_{\Omega_0 \cup \subset \Omega_b \cap D_n} M(t, x(t)) dt \quad (5)$$

其中 $D_n = \{t \in \Omega: x_n(t) \geq x(t) \text{ 或 } x_n(t) \leq 0\}$.

现证明式(2), 如果式(2)不成立, 则有 $M(t, u)$

某仿射区间的右端点 b , 使

$$\mu E_n = \{t \in \Omega_b: x(t) = b, 0 < x_n(t) \leq x(t) - \varepsilon\} \geq \sigma > 0.$$

当 $0 < x_n(t) \leq x(t) - \varepsilon = b - \varepsilon$ 时, $M(t, x_n(t)) \leq M(t, b) - \varepsilon' (\varepsilon' > 0)$.

记 $F_n = \{t \in \Omega_b: 0 < x_n(t) < x(t)\}$, 则有

$$\int_{F_n} M(t, x_n(t)) dt = \int_{F_n \setminus E_n} M(t, x_n(t)) dt +$$

$$\int_{E_n} M(t, x_n(t)) dt \leq \int_{F_n} M(t, x(t)) dt - \varepsilon' \sigma$$

结合式(5), 得到矛盾.

$$1 = \lim_{n \rightarrow \infty} \int_{\Omega} M(t, x_n(t)) dt \leq \int_{\Omega} M(t, x(t)) dt -$$

$$\varepsilon' \sigma = 1 - \varepsilon' \sigma.$$

从而式(2)成立, 结合式(1)、(2)及 $x_n \xrightarrow{\mu} x (t \in \Omega_0)$, 得到 $x_n \xrightarrow{\mu} x$ 在 Ω 上成立.

后记 Orlicz 空间几何性质十分丰富, 例如文[2]所介绍的性质, 同样可以在 Musielak-Orlicz 空间考虑.

参考文献:

- [1] CHEN S T. Geometry of Orlicz Spaces [M]. Dissertation Mathematicae Warszawa, 1996.
- [2] 王廷辅, 郝翠霞. Orlicz 空间几何学研究在哈尔滨 [J]. 哈尔滨理工大学学报, 1999, 4(3): 1-9.
- [3] SMITH M A. Rotundity and Extremity in $l^p(x_i)$ and $L^p(\mu, x)$ [J]. Contemporary Math. AMS, 1986, 102: 28-33.
- [4] HUDZIK H, LIU X B, WANG T F. Points of Monotonicity in Musielak-Orlicz Function Spaces Endowed with the Orlicz Norm [J]. PublMath Debrecen, 2002, 60(3/4): 385-403.
- [5] 王冬, 刘庆江, 崔云安. 赋 Luxemburg 范数的 Musielak-Orlicz 函数空间的 (HR) 性质 [J]. 哈尔滨理工大学学报, 1997, 2(2): 86-90.
- [6] CAO Lianying, WANG Tingfu. Some Notes about $K(x) \neq h$ in Musielak-Orlicz Spaces [J]. Nature Sci J, 2000, 16(4): 1-4.
- [7] 张云峰, 王廷辅, 姚慧丽. Orlicz 空间的 LURWC 条件 [J]. 数学杂志, 1997, 17(4): 473-476.
- [8] 季丹丹, 许宏文, 葛礼霞. 赋 Amemiya-Orlicz 范数的 Musielak-Orlicz-Sobolev 空间单调性在最佳逼近中的应用 [J]. 数学的实践与认识, 2013, 43(7): 227-235.
- [9] KRASORELSKIY M A, RUEICKII Ya B. Convex Functions and Orlicz Spaces [M]. Moscow. P. NoorDhoof. Ltd. Groningen, 1961.
- [10] WANG Tingfu, WANG Quandi. On the Weak Star Uniformly Rotundpoints of Orlicz Spaces [J]. Collee. Math, 1993, 44: 301-306.
- [11] AMNDO T. Weakly Compact Sets of Orlicz Spaces [J]. Canad J. Math, 1962: 170-176.
- [12] 王俊明, 姜榕泽, 吴丹. 广义 Orlicz 空间的 λ -性质和一致 λ -性质 [J]. 哈尔滨理工大学学报, 2012, 17(1): 105-107, 112.

(编辑: 温泽宇)